



# کریگیدن فضایی-زمانی با روند برونی

محسن محمدزاده\* و مریم شرفی

دانشگاه تربیت مدرس

چکیده. در آمار فضایی، پیشگویی مقدار نامعلوم یک میدان تصادفی در موقعیت و زمانی مشخص بر اساس مشاهدات، توسط پیشگوی کریگیدن به عنوان بهترین پیشگوی خطی ناریب صورت می‌پذیرد. گاهی در بعضی مسائل کاربردی در هر موقعیت فضایی-زمانی، علاوه بر متغیر مورد بررسی، متغیرهای کمکی دیگری نیز در اختیارند که به کارگیری آن‌ها می‌تواند دقت پیشگو را بهبود بخشد. در این مقاله برای استفاده از این گونه اطلاعات در تحلیل داده‌های فضایی-زمانی، با استفاده از ایده‌ی کریگیدن فضایی-زمانی عام، روش کریگیدن فضایی-زمانی با روند برونی معرفی شده است. سپس ضمن نمایش نحوه‌ی به کارگیری آن در یک مثال کاربردی، تأثیر آن در افزایش دقت پیشگویی فضایی-زمانی مورد بررسی قرار گرفته است.

واژگان کلیدی. داده‌های فضایی-زمانی؛ کریگیدن عام؛ کریگیدن با روند برونی؛ دمای هوا.

## ۱ مقدمه

در مطالعات محیطی گاهی با مشاهداتی سر و کار داریم که بر حسب موقعیت قرارگیری در فضای مورد مطالعه و زمان مشاهده شدن وابسته‌اند. به دلیل وجود همبستگی فضایی-زمانی، روش‌های معمول آمار برای تحلیل این گونه مشاهدات که داده‌های فضایی-زمانی نامیده می‌شوند، قابل استفاده نمی‌باشد. دو ویژگی عمده‌ی این گونه داده‌ها همراه بودن با موقعیت‌های فضایی و زمانی و وجود همبستگی فضایی-زمانی بین مشاهدات است، که داده‌های گردآوری شده در موقعیت‌ها و لحظه‌های زمانی مجاور، همبستگی بیشتری

\* نویسنده‌ی عهده‌دار مکاتبات

دارند و با افزایش فاصله‌ی بین موقعیت داده‌ها و لحظه‌های زمانی، همبستگی آن‌ها کاهش می‌یابد. مدل‌های فضایی-زمانی یک چارچوب احتمالاتی برای تحلیل و پیشگویی داده‌ها فراهم می‌کنند، که بر وابستگی توأم فضایی و زمانی مشاهدات بنا می‌شود. شایان ذکر است که بین ابعاد فضا و زمان، تفاوت‌های زیادی وجود دارد (ویل، ۱۹۵۲). از آن جمله می‌توان به اختلاف مقیاس این دو بعد و وجود ترتیب برای داده‌های زمانی در گذشته، حال و آینده اشاره نمود؛ در حالی که این ترتیب برای مشاهدات فضایی قابل تعریف نمی‌باشد. به علاوه وقتی اندازه‌ها در بعد زمان روی یک طرف محور زمان قرار دارند، همسان‌گردی (isotropy) در مکان قابل تعریف است، در حالی که این مفهوم در بعد فضایی-زمانی به واسطه‌ی ترتیب ذاتی و برگشت‌ناپذیری زمان، معنایی ندارد. حتی اگر مسئله‌ی ناهمسان‌گردی رفع گردد، تناوبی بودن اغلب پدیده‌ها در طول زمان، مشکلی است که در بعد فضا با آن مواجه نمی‌باشیم. به همین دلیل، بعد زمان را نمی‌توان به عنوان یک بعد فضایی در نظر گرفت و همان ساختار فضایی را برای آن به کار برد. بنا بر این به کارگیری روش‌های ویژه‌ی آماری برای تحلیل داده‌های فضایی-زمانی اجتناب‌ناپذیر است.

نخستین بار اینون و سوئیتزر (۱۹۸۳) برای ارائه‌ی راهکار کاهش آلودگی جوّی از داده‌های فضایی-زمانی استفاده کردند. هاس (۱۹۹۸) برای بررسی تغییرپذیری فضایی-زمانی و درون‌یابی ذرات آب خاک از این نوع داده‌ها بهره گرفت. همچنین افرادی چون بیلونیک (۱۹۸۵)، روحانی و مایرز (۱۹۹۰) در توسعه و مدل‌بندی توزیع‌های فضایی-زمانی نقش بسزایی داشتند. مدل‌سازی آماری پدیده‌هایی که روی فضا و زمان در حال تغییر و تحول هستند در عرصه‌های مختلفی کاربرد دارد. در علوم محیطی، افرادی چون باکستون و بیت (۱۹۹۶)، کیریاکیدیس و جورنل (۲۰۰۱)، در علوم کشاورزی استین و دیگران (۱۹۹۴)، در زمینه‌ی هیدرولوژی کریستاکوس و بوگرت (۱۹۹۶) و بوگرت (۱۹۹۶) و در علوم خاک کومنگا و ویتاله (۱۹۹۳) به تحقیق پرداخته‌اند. به علاوه ریواز و دیگران (۱۳۸۶) بر اساس مدل تغییرنگار فضایی-زمانی تفکیک‌پذیر، رهیافت بیز تجربی را برای پیشگویی آلودگی هوا مورد مطالعه قرار دادند. در آمار فضایی برای پیشگویی داده‌هایی که دارای روند هستند، معمولاً از روش کریگیدن عام استفاده می‌شود. وقتی متغیرهای کمکی دیگری غیر از متغیر اصلی و موقعیت مشاهدات در اختیار باشند، به نظر می‌رسد استفاده از آن‌ها در فرایند پیشگویی، افزایش دقت پیشگوها را به دنبال داشته باشد. کره‌سی (۱۹۹۱) مدل‌های رگرسیونی با خطاهای همبسته‌ی فضایی را برای مدل‌بندی ارتباط متغیر پاسخ و متغیرهای کمکی مطرح نمود. راینزل و چنگ (۲۰۰۳) نیز برآورد ماکسیمم درست‌نمایی مقید را برای مدل‌های رگرسیونی با خطاهای خودهمبسته‌ی فضایی مرتبه‌ی اول ارائه کردند و کریمی و محمدزاده (۱۳۸۶) نیز برآورد بیزی پارامترهای این‌گونه مدل‌ها را به دست آوردند. اما در این مقاله اطلاعات کمکی همراه با مختصات فضایی-زمانی داده‌ها در قالب روند، مدل‌بندی می‌شود و با جایگزینی آن به جای مدل روند در کریگیدن عام، روش کریگیدن (kriging) با روند برونی معرفی و تأثیر آن بر افزایش دقت پیشگو مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور، ساختار

همبستگی فضایی-زمانی داده‌ها در بخش ۲ مورد بررسی قرار می‌گیرد. روش کریگیدن فضایی-زمانی با روند در بخش ۳ معرفی شده و نحوه‌ی به‌کارگیری آن در پهنه‌بندی پیشگویی فضایی-زمانی مینیمم ماهانه‌ی دمای هوا در ۶ استان شمال غربی کشور در بخش ۴ نمایش داده شده است و نهایتاً تأثیر روش ارائه‌شده بر افزایش دقت پیشگویی مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲ همبستگی فضایی-زمانی

برای مدل‌بندی داده‌های فضایی-زمانی معمولاً از میدان تصادفی  $\{Z(s, t); (s, t) \in D \times T\}$  استفاده می‌شود، که در آن  $D$  زیرمجموعه‌ای از فضای اقلیدسی  $d$  ( $d \geq 1$ ) بعدی  $R^d$  و  $T \subseteq R$  است. تغییرنگار فضایی-زمانی این میدان به صورت

$$\gamma(s, s', t, t') = \text{var}(Z(s, t) - Z(s', t')), \quad (s, t), (s', t') \in D \times T$$

و هم‌تغییرنگار فضایی-زمانی آن به صورت

$$C(s, s', t, t') = \text{cov}(Z(s, t), Z(s', t')), \quad (s, t), (s', t') \in D \times T$$

تعریف می‌شود، که بیانگر ساختار همبستگی فضایی-زمانی میدان تصادفی هستند. تحلیل داده‌های فضایی-زمانی از روی اطلاعات نمونه بسیار دشوار است، اما اگر فرض‌هایی مانند مانایی برقرار باشد، تحلیل آن‌ها را ساده‌تر خواهد ساخت.

یک میدان تصادفی، مانای ذاتی است هرگاه میانگین میدان، مستقل از  $(s, t)$  و تغییرنگار آن فقط تابعی از فاصله‌ی فضایی-زمانی باشد. همچنین میدان تصادفی، مانای مرتبه‌ی دوم است هرگاه دارای میانگین ثابت و هم‌تغییرنگاری باشد که تابعی از فاصله‌ی فضایی-زمانی است. برای تحلیل فضایی-زمانی داده‌ها لازم است یک مدل همبستگی نظری معتبر انتخاب و به تغییرنگار یا هم‌تغییرنگار داده‌ها برازش داده شود. به دلیل آن‌که بسط یک مدل فضایی به مدل‌های فضایی-زمانی به‌سادگی مقدور نمی‌باشد، تا کنون کم‌تر مدل‌های معتبری برای تغییرنگار و هم‌تغییرنگار فضایی-زمانی معرفی شده‌اند. گاهی ساختار همبستگی فضایی-زمانی به صورت ترکیبی مناسب از ساختارهای فضایی و زمانی در نظر گرفته می‌شود (پوسا، ۱۹۹۳). اگر برای  $h_t = t - t'$  و  $h_s = s - s'$  بتوان تابع هم‌تغییرنگار فضایی-زمانی را به صورت  $C(h_s, h_t) = C_s(h_s) + C_t(h_t)$  بیان نمود، که در آن  $C_s(h_s)$  و  $C_t(h_t)$  به ترتیب، هم‌تغییرنگارهای معتبر فضایی و زمانی باشند، مدل هم‌تغییرنگار فضایی-زمانی جمعی نامیده می‌شود. اگر بتوان آن را

به صورت  $C_{s,t}(h_s, h_t) = C_s(h_s) \cdot C_t(h_t)$  بیان نمود، مدل ضربی نام دارد. دیاکو و دیگران (۲۰۰۱) نشان دادند که می توان یک مدل جمعی-ضربی معتبر نیز برای نیم تغییرنگار فضایی-زمانی به صورت

$$(۱) \quad \gamma_{s,t}(h_s, h_t) = C_t(\circ) \gamma_s(h_s) + C_s(\circ) \gamma_t(h_t) - \gamma_s(h_s) \gamma_t(h_t)$$

نوشت، که در آن  $\gamma_s(h_s)$  و  $\gamma_t(h_t)$  به ترتیب، نیم تغییرنگارهای معتبر فضایی و زمانی هستند.

### ۳ پیشگویی فضایی-زمانی

یکی از اهداف در تحلیل داده های فضایی-زمانی، پیشگویی مقدار میدان تصادفی در موقعیت فضایی  $s$  و لحظه ی زمانی  $t$  بر اساس مشاهدات  $Z(s_1, t_1), \dots, Z(s_n, t_m)$  است. بهترین پیشگویی خطی نااریب، پیشگوی کریگیدنی نام دارد، که برای پیشگویی در یک موقعیت مشخص، به مشاهدات نزدیک تر وزن بیش تر و به مشاهدات دورتر وزن کم تری اختصاص می دهد به گونه ای که واریانس پیشگو کمینه شود. میدان تصادفی فضایی-زمانی را می توان به صورت

$$Z(s, t) = \mu(s, t) + \delta(s, t), \quad s \in D, t \in T$$

تجزیه کرد، که در آن  $\mu(s, t) = E(Z(s, t))$  تغییرات بزرگ مقیاس یا روند (میانگین) فضایی-زمانی، و  $\delta(s, t)$  مانده یا تغییرات کوچک مقیاس میدان تصادفی می باشد. وقتی میانگین میدان تصادفی تابعی از  $(s, t)$  باشد میدان تصادفی دارای روند است و باید به تغییرات آن توجه شود. برای این منظور، معمولاً برای میانگین فضایی-زمانی، مدلی به صورت

$$\mu(s, t) = \sum_{j=1}^{p+1} f_{j-1}(s, t) \beta_{j-1}$$

در نظر گرفته می شود، که در آن، شکل هر یک از توابع  $f_j(s, t)$  برای  $j = 0, \dots, p$ ، با توجه به ماهیت روند و موقعیت فضایی-زمانی داده ها تعیین می شود و  $\beta = (\beta_0, \dots, \beta_p)' \in R^{p+1}$  یک بردار از پارامترهای نامعلوم است. در این صورت با قرار دادن  $N = nm$

$$u_k = (s_i, t_j), \quad k = (i-1)m + j, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m$$

بردار مشاهدات  $Z = ((Z(s_1, t_1), \dots, Z(s_n, t_m))) = (Z(u_1), \dots, Z(u_N))$  را می توان به صورت ماتریسی  $Z = X\beta + \delta$  نوشت، که در آن  $X$  یک ماتریس  $N \times (p+1)$  با  $(i, j)$  امین درایه ی  $f_{j-1}(u_i)$

است. پیشگوی کریگیدن عام در موقعیت  $u_0 = (s_0, t_0)$ ، یک ترکیب خطی نارایب از مشاهدات به صورت  $\hat{Z}(u_0) = \lambda' Z$  با بردار ضرایب  $\{\gamma + X(X'\Gamma^{-1}X)^{-1}(x - X'\Gamma^{-1}\gamma)\}'\Gamma^{-1}$  است، که در آن  $\gamma = (\gamma(u_0 - u_1), \dots, \gamma(u_0 - u_N))'$  می باشد و  $\Gamma$  یک ماتریس  $N \times N$  با  $(i, j)$  امین درایه  $\gamma(u_i - u_j)$  و  $x = (f_0(u_0), \dots, f_p(u_0))'$  است. واریانس پیشگوی کریگیدن عام نیز به صورت  $\sigma^2(u_0) = \lambda'\Gamma\lambda - \lambda'\gamma$  قابل محاسبه می باشد (کره سی، ۱۹۹۳).

حال فرض کنید میدان تصادفی به صورت

$$(2) \quad Z(u) = \sum_{k=0}^K \sum_{\ell=0}^L f_{k\ell}(u) \beta_{k\ell} + \delta(u), \quad u = (s, t) \in D \times T$$

تجزیه شود، که در آن  $K$  و  $L$  دو مقدار صحیح،  $f_{k\ell}(u)$  توابعی معلوم که شکل آن ها با توجه به ماهیت روند داده ها و متغیرهای کمکی (covariates) تعیین می شود،  $\beta = (\beta_{00}, \dots, \beta_{KL})' \in \mathbb{R}^{(K+1)(L+1)}$  بردار پارامترها، و  $\delta(\cdot, \cdot)$  میدان تصادفی مانای ذاتی با میانگین صفر است. در این حالت، بهترین پیشگوی خطی نارایب را پیشگوی کریگیدن فضایی-زمانی با روند برون می نامیم، زیرا متغیرهای کمکی نیز از بیرون به داده ها تحمیل می شوند. در این صورت، مدل (۲) را می توان به صورت ماتریسی  $Z = W\beta + \delta$  نوشت، که در آن  $W$  یک ماتریس  $N \times (K+1)(L+1)$  با درایه های

$$w_{p,q} = f_{k\ell}(s_i, t_j), \quad p = ij, \quad q = k\ell, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m, \\ k = 0, \dots, K, \quad \ell = 0, \dots, L$$

است. بردار  $\beta$  با مینیم کردن میانگین توان دوم خطاها به صورت  $\hat{\beta} = (W'\Sigma^{-1}W)^{-1}W'\Sigma^{-1}Z$  برآورد می شود، که در آن  $\Sigma$  ماتریس کوواریانس داده های فضایی-زمانی با درایه های زیر است:

$$\Sigma_{kk'} = C(u_k - u_{k'}), \quad k, k' = 1, \dots, N$$

تابع هم تغییرنگار  $C(\cdot)$  از آن جا که معمولاً نامعلوم است، باید برآورد شود. از طرفی وجود روند در داده ها منجر به اربیی برآورد هم تغییرنگار می شود و نمی توان آن را مستقیماً از مشاهدات برآورد کرد. در این حالت با یکی از روش های معمول مدل سازی، مدلی مناسب به روند  $\mu(u) = E(Z(u))$  برازش داده می شود. سپس با کم کردن مقدار برآورد روند در هر موقعیت، از مقدار اندازه گیری شده، مقدار مانده ها به صورت

$$\delta(u) = Z(u) - \hat{\mu}(u), \quad u \in D \times T$$

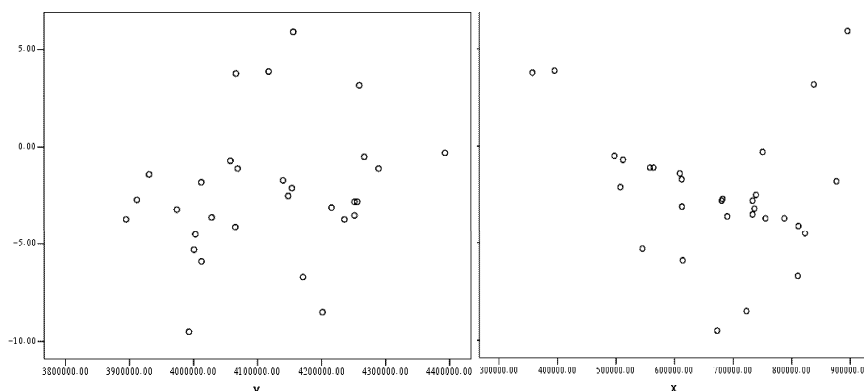
برآورد می شود، که در آن  $Z(u)$  مقدار مشاهده شده و  $\hat{\mu}(u)$  مقدار تقریبی روند در  $u$  می باشد. حال بر اساس مانده ها، یا به عبارت دیگر داده های بی روند شده، هم تغییرنگار را برآورد نموده، با استفاده از برآورد

هم‌تغییرنگار و کریگیدن معمولی، مقدار  $\delta(u_0)$  برآورد می‌شود. سپس با توجه به رابطه‌ی (۲) کریگیدن فضایی-زمانی با روند برونی برای میدان تصادفی در موقعیت  $u_0$  به صورت  $\hat{Z}(u_0) = w_0' \hat{\beta} + \hat{\delta}(u_0)$  حاصل می‌شود، که در آن  $w_0 = [f_{00}(u_0), \dots, f_{KL}(u_0)]'$  است.

## ۴ مثال کاربردی

در این بخش، نحوه‌ی استفاده از روش کریگیدن فضایی-زمانی با روند برونی در یک مثال کاربردی نشان داده می‌شود و میزان دقت پیشگویی حاصل از آن با روش کریگیدن فضایی-زمانی عام، مورد مقایسه قرار می‌گیرد. داده‌های مینیم ماهانه‌ی دمای هوای ۳۰ ایستگاه هواشناسی استان‌های آذربایجان شرقی، آذربایجان غربی، اردبیل، زنجان، کردستان و گیلان که طی ۱۲ ماه از دی ۱۳۸۴ تا آذر ۱۳۸۵ اندازه‌گیری شده‌اند، از مرکز تحقیقات آب و خاک دریافت شده است. ابزار اندازه‌گیری، دماسنج الکتریکی و واحد آن ساتی‌گراد بوده است. واحد اندازه‌گیری طول و عرض جغرافیایی نیز درجه و دقیقه بوده است، که با نرم‌افزار TatukGIS به سیستم جهانی UTM بر حسب متر تبدیل شده‌اند.

برای تحلیل فضایی-زمانی داده‌ها، در ابتدا ماهیت اولیه‌ی مشاهدات از نظر مانایی در میانگین، تغییرنگار و واریانس آن‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. نمودار مقادیر  $Z(s)$  مشاهده‌شده در تمام موقعیت‌های  $s = (x, y)$  در جهت‌های مختلف شرقی-غربی و شمالی-جنوبی در ماه‌های مختلف رسم شده‌اند. همان‌طور که در شکل ۱ ملاحظه می‌شود، دردی‌ماه با افزایش  $x$ ، مقدار مینیم دما در ابتدا سیر نزولی و



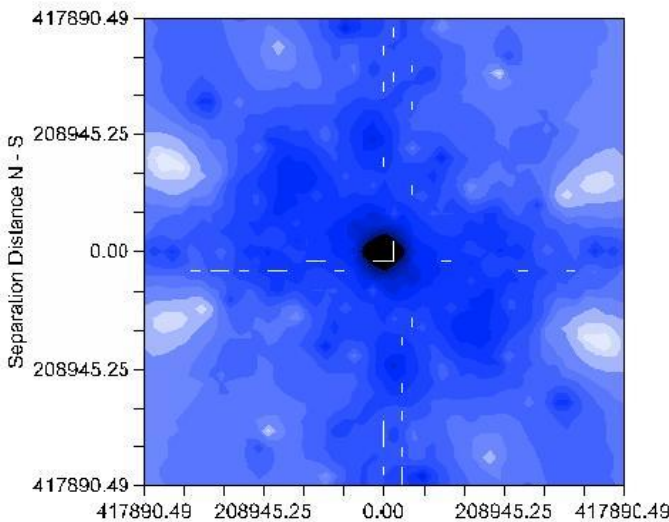
شکل ۱. نمودار  $Z(x, y)$  در مقابل  $x$  و  $y$  دردی‌ماه

سپس افزایشی دارد و در جهت تغییرات  $y$  نیز از خود روند افزایشی نشان می‌دهد. به‌طور مشابه، نمودار مقادیر  $Z(s)$  ها در سایر ماه‌های سال نیز بیانگر وجود روند در داده‌ها است. بنا بر این برای این‌که از اثر روند بر برآورد تغییرنگار و نهایتاً پیش‌گویی کاسته شود، لازم است به‌نحوی روند مشاهدات تعیین شود و بر اساس داده‌های بی‌روند شده اقدام به برآورد تغییرنگار شود. برای این منظور در ابتدا یک مدل چندجمله‌ای به‌روش گام‌به‌گام به داده‌ها برازنده شده و تابع میانگین با ضریب تعیین  $0.883$  به‌صورت

$$\begin{aligned} \mu(u) = & \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 xy + \beta_4 x^2 + \beta_5 y^2 + \beta_6 xt \\ & + \beta_7 xyt + \beta_8 y^2 + \beta_9 xt^2 + \beta_{10} xyt^2 + \beta_{11} y^2 t^2 \end{aligned} \quad (3)$$

به‌ترتیب با ضرایب  $7.66 \times 10^{-4}$ ،  $-4.44 \times 10^{-4}$ ،  $-3.09 \times 10^{-4}$ ،  $8.14 \times 10^{-11}$ ،  $8.33 \times 10^{-11}$ ،  $-1.89 \times 10^{-6}$ ،  $5.39 \times 10^{-13}$ ،  $-6.22 \times 10^{-12}$ ،  $2.42 \times 10^{-5}$ ،  $3.08 \times 10^{-11}$ ،  $-4.83 \times 10^{-13}$  و  $-3.82 \times 10^{-14}$  حاصل شده است، که در آن  $u = (s, t) = (x, y, t)$  است و  $x$  و  $y$  طول و عرض جغرافیایی هر ایستگاه و  $t$  زمان می‌باشند. به‌طور مشابه با در نظر گرفتن  $h$  به‌عنوان ارتفاع ایستگاه از سطح دریا، مدل چندجمله‌ای

$$\begin{aligned} \mu(u, h) = & \beta_0 + \beta_1 y^2 + \beta_2 xt + \beta_3 xyt + \beta_4 y^2 t + \beta_5 xt^2 \\ & + \beta_6 xyt^2 + \beta_7 y^2 t^2 + \beta_8 h \end{aligned} \quad (4)$$



شکل ۲. رویه‌ی تغییرنگار در دی‌ماه

به ترتیب با ضرایب  $۸/۱۵ \times ۱۰^{-۱۲}$ ،  $-۱/۰۲ \times ۱۰^{-۱۲}$ ،  $۲/۴۵ \times ۱۰^{-۵}$ ،  $-۶/۱۳ \times ۱۰^{-۱۲}$ ،  $۵/۱۳ \times ۱۰^{-۱۳}$ ،  $-۱/۹۱ \times ۱۰^{-۶}$ ،  $۴/۷۷ \times ۱۰^{-۱۳}$ ،  $-۳/۶۵ \times ۱۰^{-۱۴}$  و  $-۴/۸۴ \times ۱۰^{-۳}$  و همچنین ضریب تعیین  $۰/۸۱۴$  به داده‌ها برازنده شده است. سپس بر اساس هر یک از دو مدل (۳) و (۴) روند موجود در داده‌ها برآورد شده و با کم کردن آن‌ها از مقادیر مشاهده‌شده‌ی داده‌ها، بی‌روند شده‌اند.

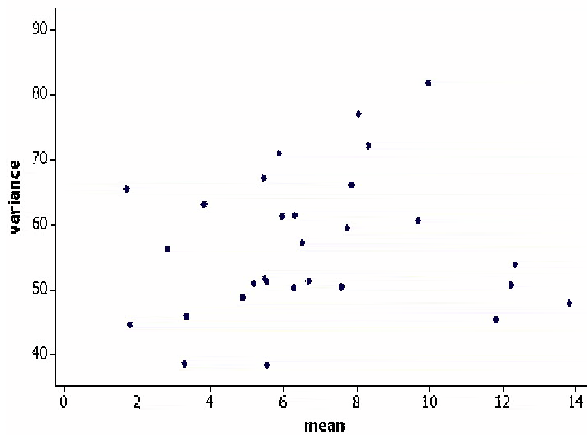
برای شناسایی مانایی در تغییرنگار، رویه‌ی تغییرنگار داده‌های بی‌روند برای ۱۲ ماه را رسم نموده، مشابه شکل ۲ که رویه‌ی تغییرنگار دی‌ماه را به‌عنوان نمونه نشان می‌دهد، ملاحظه شد که رویه‌ی تمام تغییرنگارها متقارن است. لذا تغییرنگار در ماه‌های مختلف، مانا است. برای بررسی فرض مانایی واریانس، نمودار واریانس داده‌های مینیمم دمای  $۳^{\circ}$  ایستگاه در برابر میانگین آن‌ها در شکل ۳ رسم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، داده‌ها به‌طور تصادفی پراکنده شده‌اند، که بیانگر همگنی واریانس است.

بهترین مدل تغییرنگار فضایی که بر اساس روش کم‌ترین توان‌های دوم وزنی به تغییرنگار فضایی برازش داده شده است به‌صورت نمایی

$$\hat{\gamma}(h_s) = ۲/۶۶ + ۲۵/۳۴ \left( ۱ - \exp \left\{ \frac{||h_s||}{۶۱۶۹۰} \right\} \right)$$

می‌باشد، که نمودار آن در شکل ۴- (آ) نمایش داده شده است. همچنین بهترین مدل تغییرنگار زمانی، به‌صورت

$$\hat{\gamma}(h_t) = ۰/۱ + ۱۴۷ \left( ۱ - \exp \left\{ \frac{|h_t|}{۸/۱۷} \right\} \right)$$



شکل ۳. نمودار واریانس دمای هوا در برابر میانگین

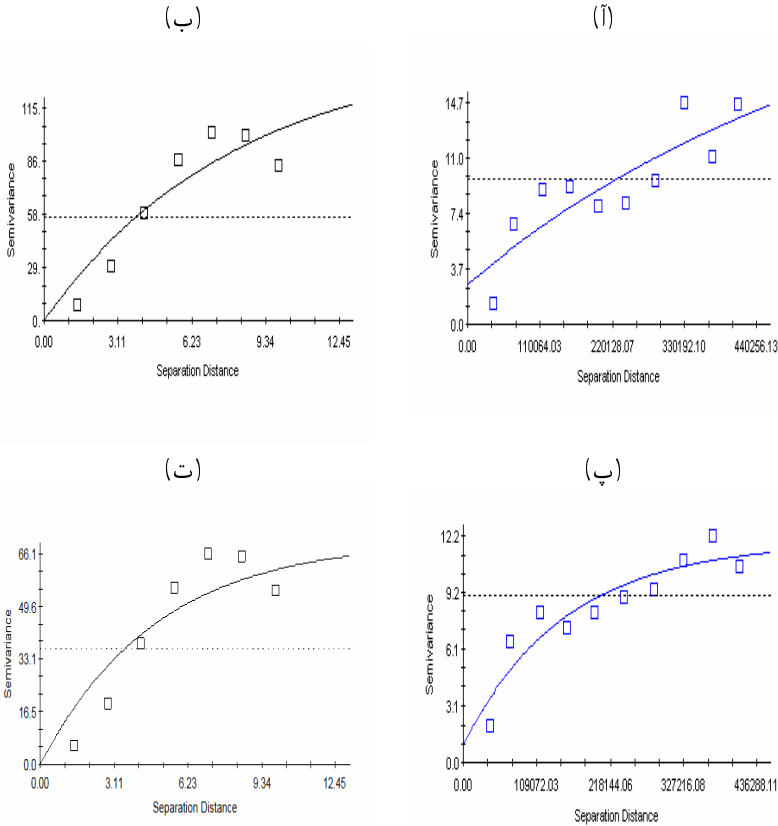


است، که نمودار آن نیز در شکل ۴- (ب) نشان داده شده است. با افزودن ارتفاع به عنوان متغیر کمکی، بهترین مدل‌ها برای تغییرنگارهای فضایی و زمانی با روند برونی بر اساس روش کمترین توان‌های دوم وزنی به صورت

$$\hat{\gamma}(h_s) = 0.98 + 11.8 \left( 1 - \exp \left\{ \frac{\|h_s\|}{154.0} \right\} \right)$$

$$\hat{\gamma}(h_t) = 0.1 + 7.0 \left( 1 - \exp \left\{ \frac{|h_t|}{4.9} \right\} \right)$$

حاصل شده‌اند، که نمودار آن‌ها به ترتیب در شکل‌های ۴- (پ) و ۴- (ت) ارائه شده است.



شکل ۴. نیم تغییرنگارهای (آ) فضایی، (ب) زمانی، (پ) فضایی با روند برونی، و (ت) زمانی با روند برونی

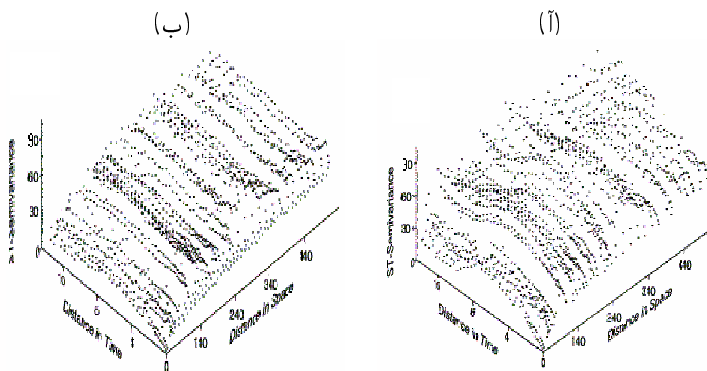
با قرار دادن  $h = (h_s, h_t)$  برآورد تجربی نیم‌تغییرنگار فضایی-زمانی تجربی به صورت

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{N_h} \sum_{N(h)} [\delta(u_i) - \delta(u_j)]^2$$

است، که در آن  $N_h$  تعداد اعضای مجموعه‌ی  $\{(u_i, u_j) : u_i - u_j = h\}$ ، و  $\delta(u) = Z(u) - \mu(u)$  داده‌های بی‌روند می‌باشد. شکل ۵- (آ) نمودار برآورد نیم‌تغییرنگار تجربی فضایی-زمانی را برای داده‌های بی‌روند نشان می‌دهد، که در آن  $\mu(u)$  بر اساس مدل (۳) برآورد شده است. شکل ۵- (ب) نیز نمودار برآورد نیم‌تغییرنگار تجربی فضایی-زمانی با روند برونی را نشان می‌دهد، که در آن  $\mu(u)$  بر اساس مدل (۴) برآورد شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نیم‌تغییرنگار فضایی-زمانی با روند برونی در مقایسه با نیم‌تغییرنگار فضایی-زمانی کاهش مشهودی دارد؛ یعنی با افزودن ارتفاع به مدل، نیم‌تغییرنگار در فاصله‌ی مکانی و زمانی کاهش یافته، همبستگی فضایی-زمانی داده‌ها را بیشتر بیان می‌کند.

با توجه به این‌که مدل نمایی به هر یک از دو تغییرنگار فضایی و زمانی به‌طور جداگانه قابل برازش است، بر اساس مدل تفکیک‌پذیر ضربی (۱) می‌توان یک نیم‌تغییرنگار فضایی-زمانی معتبر به صورت

$$\begin{aligned} \gamma(h_s, h_t; \theta) = & C_t(\circ) \left( c_{\circ s} + c_s \left( 1 - \exp \left\{ \frac{\|h_s\|}{a_s} \right\} \right) \right) \\ & + C_s(\circ) \left( c_{\circ t} + c_t \left( 1 - \exp \left\{ \frac{|h_t|}{a_t} \right\} \right) \right) \\ (5) \quad & - \left( c_{\circ s} + c_s \left( 1 - \exp \left\{ \frac{\|h_s\|}{a_s} \right\} \right) \right) \left( c_{\circ t} + c_t \left( 1 - \exp \left\{ \frac{|h_t|}{a_t} \right\} \right) \right) \end{aligned}$$



شکل ۵. (آ) نیم‌تغییرنگار فضایی-زمانی، (ب) نیم‌تغییرنگار فضایی-زمانی با روند برونی

جدول ۱. انحراف معیارهای دو روش کریگیدن فضایی-زمانی برای ۱۲ ماه در استان‌های شمال غربی ایران

شهر	روش کریگیدن	دی	بهمن	اسفند	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	امرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر
اردبیل	عام	۳٫۳۵	۲٫۵۴	۲٫۰۱	۱٫۸	۲	۱٫۷	۳٫۲	۴٫۸	۳٫۷	۵٫۳۷	۴٫۱۳	۳٫۴۴
	با روند برونی	۰٫۸۶	۰٫۸	۰٫۹۳	۰٫۷	۰٫۹	۱٫۰	۰٫۵	۰٫۰۰۱	۰٫۵	۰٫۰۰۱	۰٫۴	۰٫۴
آذربایجان شرقی	عام	۳٫۳۱	۲٫۵۴	۲٫۱۵	۱٫۵	۱٫۷	۲٫۴	۳٫۳	۴٫۸	۳٫۶	۵٫۳۷	۴٫۰۵	۳٫۴
	با روند برونی	۰٫۵۳	۰٫۴۳	۰٫۸۹	۱٫۰	۰٫۹	۱٫۱	۰٫۴	۰٫۰۰۱	۰٫۵	۰٫۰۰۱	۰٫۴	۰٫۴
آذربایجان غربی	عام	۳٫۴	۲٫۴۵	۲٫۰۱	۱٫۷	۱٫۸	۱٫۴	۳٫۳	۴٫۸	۳٫۷	۵٫۳۷	۴٫۰۸	۳٫۳۹
	روند برونی	۰٫۵۶	۰٫۶۸	۰٫۷۹	۰٫۱۷	۰٫۸	۰٫۹	۰٫۴	۰٫۰۰۱	۰٫۵	۰٫۰۰۱	۰٫۴	۰٫۳۷
گیلان	عام	۳٫۰۷	۳٫۶	۲٫۹	۴٫۱۷	۲٫۱	۳٫۱	۳٫۵	۴٫۸	۳٫۹	۵٫۳۷	۴٫۱	۳٫۵۴
	با روند برونی	۰٫۶۹	۱٫۳۳	۰٫۷۵	۰٫۷	۰٫۸	۰٫۹	۰٫۴	۰٫۰۰۱	۰٫۵	۰٫۰۰۱	۰٫۴	۰٫۳۸
کردستان	عام	۳٫۳۰	۲٫۵۲	۱٫۹۶	۱٫۶۵	۲٫۲	۲٫۴۵	۳٫۳۰	۴٫۸	۳٫۷	۵٫۳۷	۴٫۰۵	۳٫۳۳
	با روند برونی	۰٫۶	۰٫۶۷	۰٫۸۶	۰٫۷	۰٫۸	۰٫۹	۰٫۴	۰٫۰۰۱	۰٫۶	۰٫۰۰۱	۰٫۵	۰٫۴۲
زنجان	عام	۳٫۳۳	۲٫۴	۲٫۰	۱٫۸	۲٫۲	۱٫۸	۳٫۲	۴٫۸	۳٫۶	۵٫۳۷	۴٫۰۴	۳٫۳۳
	با روند برونی	۰٫۵۷	۰٫۴۹	۰٫۸۱	۰٫۷۱	۰٫۹	۰٫۸	۰٫۴	۰٫۰۰۱	۰٫۶	۰٫۰۰۱	۰٫۵	۰٫۴

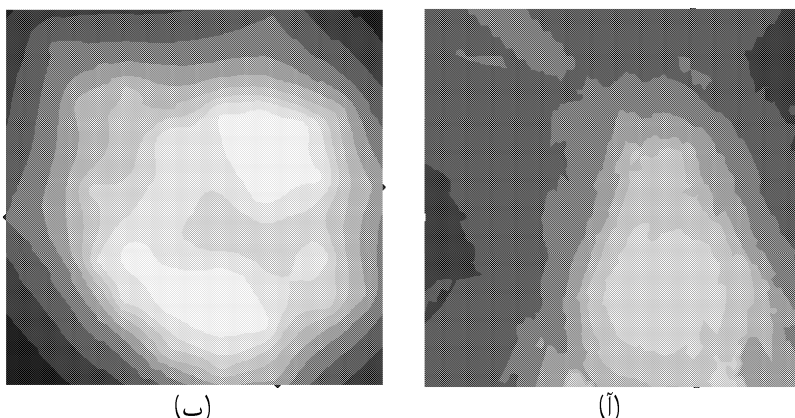
در نظر گرفت. در این صورت، برآورد کم‌ترین توان‌های دوم پارامترهای  $\theta = (c_{0s}, c_s, a_s, c_{0t}, c_t, a_t)$  در مدل (۵)، با کمینه کردن  $\sum_{i=1}^N w_i (\hat{\gamma}(h_{s_i}, h_{t_i}) - \gamma(h_{s_i}, h_{t_i}; \theta))^2$  که در آن  $w_i = \frac{N(h_{s_i}, h_{t_i})}{\sqrt{\hat{\gamma}(h_{s_i}, h_{t_i})}}$  و  $N = \min(N_{h_s}, N_{h_t})$  است، با روش نیوتن-رافسون و استفاده از نرم‌افزار S-PLUS به صورت  $\hat{\theta} = (۰٫۷۵, ۱۵, ۴۵۲٫۳, ۰٫۰۵, ۶۳, ۵٫۳۲)$  انحراف معیار پیشگوی کریگیدی فضایی-زمانی عام و پیشگوی کریگیدی با روند برونی در استان‌های اردبیل، آذربایجان شرقی، آذربایجان غربی، گیلان، کردستان و زنجان در ۱۲ ماه محاسبه و در جدول ۱ ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، انحراف معیار پیشگویی‌های انجام‌شده توسط پیشگوی کریگیدی فضایی-زمانی با روند برونی در تمام شهرها و ایام سال از انحراف معیار پیشگوی کریگیدی فضایی-زمانی کوچک‌تر است؛ یعنی لحاظ کردن ارتفاع، که یکی از عوامل مؤثر بر دمای هوا به شمار می‌رود، تأثیر بسزایی بر افزایش دقت پیشگوی کریگیدی با روند برونی در مقایسه با کریگیدن عام دارد. نظر به این‌که اختلاف انحراف معیار دو روش کریگیدن در بعضی ماه‌ها کم می‌باشد، لازم است به شرایط اقلیمی دیگری، چون رطوبت، فعالیت‌های انسانی و جریان‌های دریایی مؤثر بر دمای هوا نیز توجه شود. چنان‌چه این‌گونه متغیرها نیز در محاسبه پیشگوی کریگیدی با روند لحاظ شوند، دقت پیشگوها افزایش بیش‌تری خواهد یافت. به عنوان مثال در استان گیلان ممکن است بتوان کاهش اختلاف دقت دو نوع پیشگوی کریگیدی را با در نظر گرفتن عامل رطوبت کنترل نمود. برای این منظور لازم است علاوه بر ارتفاع، رطوبت نیز به عنوان متغیر کمکی در

روند برونی لحاظ گردد. همچنین مقدار کم این اختلاف در استان‌های زنجان، آذربایجان غربی، اردبیل و کردستان نیز می‌تواند به دلیل عوامل اقلیمی باشد، که مهم‌ترین عامل در این نواحی باد است. در شهر تبریز نیز فشار هوا و وجود گازهای گلخانه‌ای به دلیل صنعتی بودن این شهر، اثر ارتفاع را در برخی از ماه‌ها کم‌رنگ کرده است. البته شایان ذکر است تغییرات دمای روزانه در نواحی صخره‌ای بدون پوشش گیاهی، بیش‌تر است. در شکل ۶-آ) نقشه‌ی پیشگویی مینیمم دمای هوای دی‌ماه ۱۳۸۴ در استان‌های مورد مطالعه بر اساس طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع از سطح دریا ارائه شده است. هر قدر سایه‌ها پررنگ‌تر می‌شوند، مینیمم دما در ماه مورد نظر، مقادیر بزرگ‌تری را اختیار می‌کند، یا به عبارتی نشان‌دهنده‌ی سردی هوا است. به عنوان مثال، در قسمت شمال شرقی، سایه‌های پررنگ، مناطق خلخال، زربینه‌باتو و سراب را نشان می‌دهد، که نسبت به جنوب شرقی که مربوط به مناطق رشت و آستارا است، از دمای کم‌تری برخوردار هستند.

همچنین شکل ۶-ب) رویه‌ی انحراف معیار پیشگوی کریگیدنی با روند برونی را برای منطقه‌ی مورد مطالعه نشان می‌دهد. در این شکل نیز هر قدر از کناره‌ها به سمت مرکز منطقه می‌رویم سایه‌ها کم‌رنگ‌تر شده که بیانگر افزایش دقت یا کاهش انحراف معیار پیشگو در موقعیت‌های مرکزی منطقه‌ی مورد مطالعه است.

## ۵ بحث و نتیجه‌گیری

با توجه به بررسی مینیمم دمای ماهانه‌ی هوای شش استان، چنان‌چه ارتفاع به عنوان متغیر کمکی منظور شود پیشگوها از دقت بیش‌تری برخوردار می‌شوند و پیشگوی کریگیدنی فضایی-زمانی با روند برونی، به دلیل



شکل ۶. آ) پهنه‌بندی پیشگویی مینیمم دما، ب) پهنه‌بندی انحراف معیار پیشگویی

برخورداری از انحراف معیارهای کوچک‌تر، دقیق‌تر از پیشگوی کریگیدن عام عمل می‌کند. دمای هوا تحت تأثیر عوامل دیگری چون رطوبت، باد، بافت خاک، پوشش گیاهی و فعالیت‌های انسانی است. به علاوه، تفاوت دما در ارتفاعات، ناشی از جهت شیب آن‌ها است؛ به این صورت که، شیب‌های جنوبی ارتفاعات، گرم‌تر از شیب‌های شمالی هستند. بنا بر این آگاهی بیش‌تر از هر کدام از این عوامل و احتساب آن‌ها در مدل می‌تواند به دقت بیش‌تر پیشگوها منجر گردد. مطالعه‌ی انجام‌شده برای مینیمم دمای ماهانه‌ی هوا می‌تواند برای متوسط روزانه یا هفتگی دما یا فواصل زمانی دلخواه نیز صورت پذیرد.

## سپاس‌گزاری

نویسندگان از اصلاحات پیشنهادی داوران محترم مجله که موجب بهبود این مقاله گردید و حمایت قطب علمی داده‌های ترتیبی و فضایی دانشگاه فردوسی مشهد، کمال تشکر و قدردانی را دارند.

## مرجع‌ها

- ریواز، فیروزه؛ محمدزاده، محسن؛ جعفری خالیدی، مجید (۱۳۸۶). پیشگویی بیز تجربی داده‌های فضایی-زمانی تحت مدل تفکیک‌پذیر. مجله‌ی علوم آماری، جلد ۱، شماره ۱، ۳۷-۴۸.
- کریمی، امید؛ محمدزاده، محسن (۱۳۸۶). برآورد بیز پارامترهای مدل رگرسیونی با خطاهای خودهمبسته‌ی فضایی. مجله‌ی علوم دانشگاه تهران، جلد ۳۳، شماره ۳، ۳۸-۳۳.
- Buxton, B.E.; Pate, A.D. (1996). *Estimation of Joint Temporal-Spatial Semivariograms*. Geostatistics Wollongong, Kluwer Academic Publishing, Dordrecht, 150-161.
- Bilonick, R.A. (1985). The space-time distribution of sulfat deposition in the northeastern United States. *Atmosph. Environment* **19**, 1829-1845.
- Bogaert, P. (1996). Comparison of kriging techniques in a space-time context. *Math. Geol.* **28**, 73-89.
- Christakos, G.; Bogaert, P. (1996). Spatiotemporal analysis of spring water ion processes derived from measurements at the dyle basin in Belgium. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* **34**, 626-642.
- Comenga, V.; Vitale, C. (1993). Space-time analysis of water status in a volcanic vesuvian soil. *Geoderma* **60**, 135-158.
- Cressie, N. (1993). *Statistics for Spatial Data*. Wiley, New York.
- De Iaco, S.; Myers, D.E.; Posa, D. (2001). Space-time analysis using a general product-sum model. *Statist. Probab. Lett.* **52**, 21-28.

- Eynon, B.P.; Switzer, P. (1983). The variability of rainfall acidity. *Canad. J. Statist.* **11**, 11-24.
- Hass, T.C. (1998). Statistical assesment of spatio-temporal pollutant trends and meteorological transport models. *Atmosph. Environment* **32**, 1865-1879.
- Kyriakidis, P.C.; Journel, A.G. (2001). Stochastics modeling of atmosgpheric pollution: a spatial time-series famwork: Part I, Metheodology. *Atmosph. Environment* **35**, 2331-2337.
- Posa, D. (1993). A simple description of spatio-temporal processes. *Comput. Statist. Data Anal.* **15**, 425-437.
- Reinsel, G.C.; Cheang, W.K. (2003). Approximate ML and REML estimation for regression models with spatial or time series AR(1) noise. *Statist. Probab. Lett.* **62**, 123-135.
- Rouhani, S.; Myers, D.E. (1990). Problems in space-time kriging of geohydrological data. *Math. Geol.* **22**, 611-623.
- Stin, A.; Kocks, C.G.; Zadocks, J.C.; Frinking, H.D.; Russen, N.A.; yers, D.E. (1994). A geostatistical analysis of the spatio-temporal development of donwy mildew epidemics in Chabbage. *Ecology and Epidemiology* **84**, 1227-1239.
- Weyl, H. (1952). *Space-Time Matter*. Dover, New York.

## مریم شرفی

گروه آمار، دانشکده‌ی علوم پایه،

دانشگاه تربیت مدرس،

پل نصر، بزرگراه جلال آل احمد،

تهران، ایران.

پیام‌نگار: [mmaryamsharafi@gmail.com](mailto:mmaryamsharafi@gmail.com)

## محسن محمدزاده

گروه آمار، دانشکده‌ی علوم پایه،

دانشگاه تربیت مدرس،

پل نصر، بزرگراه جلال آل احمد،

تهران، ایران.

پیام‌نگار: [mohsen\\_m@modares.ac.ir](mailto:mohsen_m@modares.ac.ir)